

Modellierung WS 22-23 Blatt 10

Abgabe: 27.01.23 23:59 auf Mattermost oder per Mail an jadissel

Aufgabe 1 - Mehr Fourier

1. Berechnet die Fouriertransformation von e^{-ax^2} für $a > 0$. Ihr dürft hier verwenden, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x+c)^2} dx = \sqrt{\pi/a}$, selbst für komplexe c .
2. Sei $\text{box}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.
 1. Zeige: Die Faltung (Convolution) zweier box funktionen ergibt eine Dreiecksfunktion.
 2. Die Fouriertransformation von box ist $2\text{sinc}(2\pi\omega)$. Was ist die Fouriertransformation einer dreiecksfunktion? (Faltungstheorem anwenden)
3. Sei $F(\omega)$ die fourier transformation von $f(x)$. Zeigt für reelle a :
 1. Die fouriertransformation von $f(x + a)$ ist $F(\omega)e^{2\pi i a \omega}$
 2. Die fouriertransformation von $f(ax)$ ist $\frac{1}{|a|} F(\omega/a)$ für $a \neq 0$
 3. Die fouriertransformation von $af(x)$ ist $aF(\omega)$
 4. Was ist die fouriertransformation von $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$?
 5. Zeige: $\lim_{h \rightarrow 0}$ der Fouriertransformation von $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ist $2\pi i \omega$

Aufgabe 2 - Ein bisschen Least Square

Gegeben seien vier Punkte $p_1 = (1, 1)$, $p_2 = (2, -1)$, $p_3 = (3, 1)$ und $p_4 = (4, -1)$

1. Berechne die Least Squares Approximation für $b_1(x) = 1$ und $b_2(x) = x$ nutzt dazu die Formeln aus der Vorlesung
2. Berechne die Weighted Least Squares Approximation, sodass p_1 und p_4 doppelt so wichtig sind wie p_2 und p_3
3. Berechne die Least Squares Approximation für $b_1(x) = x^2$ und $b_2(x) = \cos(\pi x)$